

## CAMBIANDO FOCOS

En un pasillo largo hay 1000 focos con cuerdas para encenderlos, numerados del 1 al 1000. Si el foco está encendido, entonces el jalar de la cuerda lo apagará. Si el foco está apagado, entonces el jalar de la cuerda lo encenderá. Al inicio, todos los focos están apagados.

En un extremo del pasillo, hay 1000 personas numeradas del 1 al 1000 esperando. Cada persona, al caminar por el pasillo, jalará la cuerda de cada foco cuyo número sea un múltiplo del suyo. Así que, por ejemplo, la persona 1 jalará cada cuerda, la persona 2 jalará las cuerdas de los focos número 2, 4, 6, 8, 10, ..., y la persona 17 jalará las cuerdas de los focos número 17, 34, 51, 68, ... .

¿Qué focos quedarán encendidos después de que las personas indicadas a continuación hayan pasado?

1. Todas las personas.
2. Los pares, en otras palabras, todas las personas cuyos números sean pares.
3. Los nones o impares.
4. Los números primos.
5. Los números cuadrados perfectos.
6. Los múltiplos de 3.
7. Los cubos perfectos.
8. La personas que sean 1 más que un múltiplo de 4.
9. Las personas que sean 2 más que un múltiplo de 4 (osea, los pares no divisibles entre 4).
10. ¿Algún otro conjunto interesante que te gustaría considerar?
11. Para un conjunto establecido de personas que han caminado, ¿cuál sería una estrategia general para averiguar qué focos quedan encendidos?

¿Qué personas tendrían que caminar por el pasillo, para que los siguientes conjuntos de focos terminen siendo los únicos encendidos?

12. Todos los focos.
13. Los impares, en otras palabras, todos los focos cuyos números sean impares.
14. Los pares.
15. Los números primos.
16. Los números cuadrados perfectos.
17. Los cubos perfectos.
18. Los múltiplos de 3.
19. Los múltiplos de 4.
20. Los múltiplos de 6.
21. ¿Algún otro conjunto interesante que te gustaría considerar?
22. Para un conjunto establecido de focos que quedan encendidos, ¿cuál sería una estrategia general para averiguar qué personas caminaron?
23. Para cualquier conjunto de focos, ¿existe un conjunto necesario de personas que caminen para que esos focos queden encendidos?
24. Supongamos que hay 1000 personas, pero hay más de 1000 focos. Sin saber qué persona va a caminar, y sólo sabiendo cuales de los primeros 1000 focos estan encendidos, ¿Cómo puedes predecir cuáles de los focos después del #1000 están encendidos?

Gracias al problema Macalester de la semana de Stan Wagon, por la idea de esta extensión del famoso problema de los candados. Gracias a Glenn Trewitt y Car Talk por la idea de usar focos en lugar de candados.