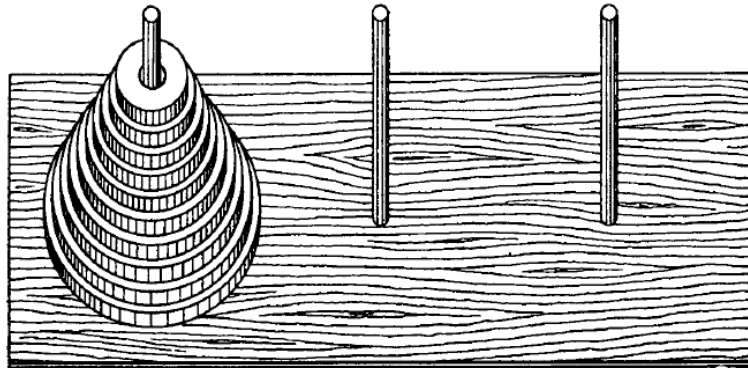


LA TORRE DE HANOI – Y MÁS ALLÁ

La leyenda cuenta que en Hanoi hay una torre de 64 discos de diferentes tamaños, inicialmente apilados en la estaca A como se muestra, y un grupo de monjes trabajando incansablemente para mover los discos de la estaca A a la B. Sólomente un disco puede ser movido a la vez, y sólo un disco de menor tamaño puede estar encima de uno más grande (nunca uno más grande sobre uno más pequeño). La leyenda dice que cuando los monjes completen la tarea, el mundo acabará.



1. Quizás esto sea muy fácil, pero ¿cuántos movimientos tomaría completar la tarea de mover la torre si hubiera un solo disco?
2. ¿Cuántos movimientos tomaría si hubiera dos discos?
3. ¿Cuántos movimientos tomaría si hubiera tres discos?
4. ¿Cuántos movimientos tomaría si hubiera cuatro discos? En general, ¿cuántos movimientos tomaría si hubiera n número de discos?
5. Si los monjes no cometieran ningún error, y pudieran mover un disco cada segundo, ¿Cuántos años les tomaría completar su torre de 64 discos?

6. Ahora repite los problemas anteriores pero con una regla adicional: cada disco debe ser movido hacia, o desde la estaca C, nunca directamente entre las estacas A y B.
7. Demuestra que, para resolver el ejercicio anterior, debes encontrar cada combinación de discos permitida en las tres estacas.
8. Digamos que Q_n es el número de movimientos requeridos para mover una torre de n discos de la estaca A a la estaca B, siendo todos los movimientos hacia adelante (osea, de A a B, o de B a C, o de C hacia A) y de la misma manera R_n es el número de movimientos requeridos para mover una torre de n discos de la estaca B a la estaca A, siendo todos los movimientos hacia adelante. Prueba que:

$$Q_n = \begin{cases} 0, & \text{if } n = 0 \\ 2R_{n-1}, & \text{if } n > 0 \end{cases} \quad R_n = \begin{cases} 0, & \text{if } n = 0 \\ Q_n + Q_{n-1} + 1, & \text{if } n > 0. \end{cases}$$

9. Una torre doble de Hanoi tiene $2n$ discos de diferentes tamaños. ¿Cuántos movimientos toma mover una torre doble de la estaca A a la estaca B (bajo las mismas reglas del problema inicial que indica mover un disco a la vez)?
10. En general, ¿qué pasaría si tuvieras cierto número de repeticiones de discos en cada estaca, como 1 de los más pequeños, 2 de los siguientes más pequeños, y 5 de los más grandes?